The legal underpinnings of allowing an עגונה to remarry with only one witness were previoulsy disscussed in shiur. The process involved in being מתיר has not.

The משנה describes the היתר of an עגונה with one witness as opposed to two as “ברשות בית דית”

תלמוד בבלי מסכת יבמות דף פז עמוד ב

/מתני'/. האשה שהלך בעלה למדינת הים, ובאו ואמרו לה מת בעליך וניסת, ואח"כ בא בעלה - תצא מזה ומזה...ואם ניסת שלא ברשות - מותרת לחזור לו. ניסת על פי ב"ד - תצא ופטורה מן הקרבן, לא ניסת על פי ב"ד - תצא וחייבת בקרבן, יפה כח ב"ד שפוטרה מן הקרבן. הורוה ב"ד לינשא, והלכה וקלקלה - חייבת בקרבן, שלא התירוה אלא לינשא.

רש"י מסכת יבמות דף פז עמוד ב

ניסת שלא ברשות ב"ד - שבאו שני עדים ואמרו מת בעליך וניסת מעצמה שהרי לא היתה צריכה להיתר ב"ד.

תלמוד בבלי מסכת יבמות דף פז עמוד ב

גמ'. מדקתני סיפא: נשאת שלא ברשות מותרת לחזור לו, שלא ברשות ב"ד אלא בעדים, מכלל דרישא ברשות ב"ד ובעד אחד, אלמא עד אחד נאמן

What role does בית דין play in being מתיר עגונה בעד אחד?

Rashi quoted above seems to indicate that she must go to בית דין in order to remarry on the basis of an עד אחד. simlarly Rashi later in Yevamot:

רש"י מסכת יבמות דף צב עמוד א

כיון דאתאי לב"ד ושרינן לה - הואיל והוצרכה לבא לב"ד להתירה....

התוספות יבמות דף פז עמוד ב

מכלל דרישא ברשות ב"ד ובעד אחד אלמא עד אחד מהימן מנלן - למאי דס"ד השתא דעד אחד מהימן מדאורייתא הא דקרי ליה ברשות ב"ד לפי שיש דברים שאין נאמן להם וצריכה לישאל לב"ד להתירה לינשא על פיו אבל בשנים הדבר ידוע שהיא מותרת ואף על גב דסבור עכשיו דנאמן מן התורה כמו שנים מ"מ אסורה לחזור דבעד אחד הוה לה למידק אף על פי שהאמינתו תורה.

Tosfot is a bit unclear on how necessary the בית דין is. Is it formally needed, or just practically one will obviously need to go to בית דין to check/confirm:

שו"ת הרשב"א מיוחסות לרמב"ן סימן קי"ט

...וטעמא דמלתא משום דכל הנשאת ע"פ ע"א אינה יכולה להנשא אלא ברשות ב"ד. וכל שלא עמדה בפני ב"ד אין דברי העד כלום. והכי אמרינן בריש האשה רבה. מדקתני סיפא נשאת שלא ברשות ב"ד מותרת לחזור לו, מאי שלא ברשות ב"ד, אלא בעדים. כלומר דבעדים אינה צריכה ליטול רשות מב"ד. מכלל דרישא ברשות ב"ד ובע"א. אלמא בע"א אינה נשאת לעולם אלא ברשות ב"ד.

בית הבחירה לדברי המאירי יבמות דף פז עמוד ב

ואין צריך לומר אם נשאת על פי עד אחד מאליה בלא הוראת בית דין שהרי כל שבעד אחד אין לה לינשא לכתחלה אלא בהוראת בית דין...

בית הבחירה לדברי המאירי יבמות דף צב עמוד א

וממה שאמר כאן הכא במאי עסקינן כגון דאתאי לבית דין ושרינן לה למדנו שאף על פי עד אחד אם נשאת בלא רשות בית דין נשואי היתר הם שלא הוצרכו להיתר בית דין אלא לכתחלה

רמב"ם הלכות גירושין פרק יב הלכה טו

.... וכן אם בא עד אחד והעיד לה שמת בעלה תנשא על פיו שהדבר עשוי להגלות, אפילו עבד או אשה או שפחה ועד מפי עד מפי עבד מפי שפחה מפי קרובין נאמנין לומר מת פלוני ותנשא אשתו או תתיבם על פיהם.

רמב"ם הלכות גירושין פרק יב הלכה יח

בא עד אחד והעיד שמת בעלה והתירוה להנשא על פיו ואחר כך בא אחר והכחיש את הראשון ואמר לא מת הרי זו לא תצא מהתירה ותנשא, שעד אחד בעדות אשה כשני עדים בשאר עדיות ואין דבריו של אחד במקום שנים.

להלכה:

שולחן ערוך אבן העזר הלכות אישות סימן יז סעיף לט

 הנשאת ע"פ עד אחד, לא תנשא אלא ברשות בית דין. ואם נשאת שלא בהוראת ב"ד, י"א שלא תצא אפילו בא עד אחד ואמר: לא מת. ( והב"ד צריכין להיות ג' כשרים, ולא קרובים זה לזה ולא לעדים).

חלקת מחוקק שם

ע"כ נראה בעיני פשוט מאחר שלא נמצא דין זה בטור וברמב"ם וכל המחברים השמיטו דין זה ולא נמצ' דין זה רק בתשובת הרמב"ם ותשובת הריב"ש בשם תוספות (הביאה הב"י ס"ק מ"ב) נראה שאין הפי' שהאשה תושיב ב"ד כשר ותשאל את פיהם ודוק' ג' ובלתי קרובים רק דאמרי' דעד אחד האמינו אותו משום דהיא דייקא ומינסבה ע"כ צריכה לדקדק ותשאל לחכמים...וכל היכא דאיכא רשות כל דהו סגי בהכי דאם היה צריך ב"ד ממש לא ה"ל להתנא להשמיט דין זה...ואין לשון זה מורה שצריכה היתר ושתעמוד לפני ב"ד של ג' רק שאלה בעלמא...והמסקנא חלוקים דנוכל לומר לפי המסקנא פשיטא דצריכה שאלת חכם רק לפי הס"ד היה קשה להו להתוס' מאחר דע"א נאמן מדאורייתא למה ליה רשות ב"ד, והשיבו מ"מ צריכה שאלת חכם מאחר שבכמה דברים אין ע"א נאמן תדע דלאו כללא הוא וב"ד דקאמר לאו על ב"ד פרטי של ג' או של שנים...נחזור לענין הנה הרב מהרמ"א שפסק שהב"ד צריכים להיות ג' וכשרים דבריו תמוהין מאין הוציא דין זה מה שלא נזכר במשנה ובגמרא בשום פוסק

בית שמואל שם קכד

אבל יש להביא ראיה לדין זה מש"ס סוף יבמות שם איתא פלוגת' עידי נשים אם צריך דרישה וחקירה ור"ע ס"ל דצריך דרישה וחקירה ופליגי אם היתר נשים דומה לדיני ממונות או אם דומה לדיני נפשות כי יש סברות לכאן ולכאן כי מה שמתירים אותה לאחר דומה לד"נ ומה שהיא גובה הכתובה מחמת ההיתר דומה לד"מ,

ולכ"ע נשמע דהוא דין ממש ולא דמי לשאר הוראת איסור והיתר דליתא שום דין אבל כאן איכא דין אף על גב דלפעמי' אין לה כתובה מ"מ לא פלוג כמ"ש בנ"י,

פתחי תשובה אבן העזר סימן יז ס"ק קנה

(קנה) צריכים להיות ג'. עיין בחלקת מחוקק שהאריך דלא בעינן ב"ד של ג'.... אבל מ"מ כל שלא הועד בפני ב"ד לא גמר ההיתר דבעי הגדה בב"ד דוקא ומה שכתב הח"מ ראיה ממה דמבואר בת' ב"י כו' לענ"ד זהו אמת דהוראה זו הוי רק בהוראת איסור והיתר ולא בעי ג' אבל מכל מקום בעי ההוראה על ידי קבלת עדות בג' דצריך שיקבל העדות בפני ג' עכ"ד ע"ש:

The side that בית דין is not fundamentally necessary in order for her to remarry makes obvious sense. We might want בית דין to clarify the situation, or help verify the reliability of the witness, but utlimately the ability to remarry is based on the revelation that the husband is no longer alive. Explaining why בית דין’s imprometuer is necessary for her to remarry is not immediately clear, unless we follow the פתחי תשובה’s approach that it is needed for the קבלת עדות agaisnt the בית שמואל that it is fundamentally necessary.

יבמות דף צב עמוד א

ניסת ע"פ ב"ד תצא וכו'. אמר זעירי: ליתא למתני' מדתני בי מדרשא, דתני בי מדרשא: הורו בית דין ששקעה חמה ולבסוף זרחה - אין זו הוראה אלא טעות, ורב נחמן אמר: הוראה היא. א"ר נחמן: תדע דהוראה היא, דבכל התורה כולה עד אחד לא מהימן, והכא מהימן, מ"ט? לאו משום דהוראה היא. אמר רבא: תדע דטעות הוא, דאילו הורו ב"ד בחלב ובדם להיתירא, והדר חזו טעמא לאיסורא, כי הדרי ואמרי להיתירא - לא משגחינן להו, ואילו היכא דאתא עד אחד שרינא, אתו תרי אסרנא, כי הדר אתא עד אחרינא - שרינן לה, מ"ט? לאו משום דטעות הוא.

What stands behind the מחלוקת between רב נחמן and רבא and why does רב נחמן think that it is considered a הוראת בית דין, which would absolve them from a קרבן.

בית הבחירה למאירי מסכת יבמות דף צב עמוד א

כבר ביארנו במשנתנו שאף בנשאת על פי בית דין כגון בעד אחד שהוצרכו להוראתם ואחר כך נמצא שלא מת שחייבת בקרבן ואף על פי שאף היחיד שעשה בהוראת בית דין פטור מן הקרבן אין זו הוראה אלא טעות והרי זה כהורו בית דין ששקעה חמה במוצאי שבת ועשה אחד מלאכה על פיהם ואחר כך זרחה שחייב קרבן ואין זה קרוי תולה בבית דין שאין זו הוראה אלא טעות ושמא תאמר והלא מכיון דבכל התורה כלה אין עד אחד נאמן בדבר שבערוה ובזו נאמן ודאי הוראה היא ובודאי עיקר הדין כשהסכימו חכמים להורות שתהא אשה מותרת על פי עד אחד הוראה היא ועל דעת זה היה רב נחמן אומר בסוגיא זו הוראה היא שהיה הולך אחר עיקר התקנה ומכל מקום רבא השיבו שאין הולכין אחר עיקר התקנה אלא אחר שעת המעשה שנמצא העד כפרן ונתגלה שלא היתה הוראה אלא טעות ותדע דאלו בעלמא אלו הורו בית דין בחלב ודם להיתירא ושמענו להם וחזרו וראו טעם לאסור ואסרו ושמעו להם אלו חזרו והורו להתיר מאותו טעם בעצמו שהתירו תחלה ודאי אין שומעין להם שמאחר שהדבר בחזקת איסור הוא ובתורת חדוש קבלנו מהם היתר ואחר כך ראינו שחזרו לאסור היאך הם מתירים מאותו טעם בעצמו שהתירו תחלה ואלו בזה אשה זו בחזקת איסור עומדת ובתורת חדוש קבלנו מהם היתר בעד אחד וכשבאו שנים והעידו שלא מת העמדנוה על חזקתה בברור ואם יבא אחר כן עד אחד שמת אנו סומכין עליו ומתירין אף על פי שבודאי טעינו תחלה על שסמכנו בעד אחד ואלו היתה הוראה היאך היינו שומעין להם ומה כחה של הוראה זו יפה מן הראשונה אלא ודאי דבר זה הואיל ואינו תלוי בסברא אלא בעדות אין זו הוראה אלא טעות הוא שטעינו על פי עדות הראשון ונמצא ששקר העיד ואם הוא הוחזק לא הוחזקו האחרים זהו עיקר הביאור בשמועה זו וקצת מפרשים בלבלו בה את הדברים וכבר רמזנו על ענין זה בראשון של עבודה זרה ובראשון של הוריות:

חידושי הרמב"ן מסכת יבמות דף צב עמוד א

הכא אתא עד אחד ושרינא והדר אתו בי תרי ואיכחש ודאי הדר אתא אחרינא ואמר עכשיו מת מהימן, ואף על גב דלא בריר לן טעמא דבתרא מקמא שרינן לה ע"פ העד הזה ולא אמרינן הוראה היא וכשם שטעו בסמיכתן על הראשון כך טועין בזה, אלא אמרינן לאו הוראה היא ולאו באומדן ב"ד תלוי אלא לעד ראשון שמענו, ואף על פי שהוכחש אם הוא הוחזק כל ישראל מי הוחזקו, הוא משקר וזה מעיד אמת, וזה פירוש נכון, ולישנא דגמרא דיקא דלא קאמרינן חזו טעמא אלא בהוראה אמצעית של איסור

What happens when a פוסק or ביד דין paskens?

תלמוד בבלי מסכת חולין דף מד עמוד ב

והתניא, חכם שטימא - אין חבירו רשאי לטהר, אסר - אין חבירו רשאי להתיר

חידושי הרשב"א מסכת עבודה זרה דף ז עמוד א

תנו רבנן הנשאל לחכם וטמא לא ישאל לחכם ויטהר וכו'. יש מפרשים משום כבודו של ראשון אבל אם טהרו או התירו טהור ומותר, ונראין דברי הראב"ד ז"ל שכתב אינו רשאי ואין לו היתר קאמ' דכיון דאסרו אסורא רביעא עליה (עליה) ונעשית חתיכה דאיסורא, דהכי תניא פרק אלו טרפות חכם שטמא אין חבירו רשאי לטהר, אסר אין חבירו רשאי להתיר, מדאמר אינו רשאי משמע דאם התירו אינו (מטהר) [מותר]

רמב"ם הלכות ממרים פרק א

הלכה א- בית דין הגדול שבירושלים הם עיקר תורה שבעל פה, והם עמודי ההוראה ומהם חק ומשפט יוצא לכל ישראל, ועליהן הבטיחה תורה שנאמר על פי התורה אשר יורוך זו מצות עשה, וכל המאמין במשה רבינו ובתורתו חייב לסמוך מעשה הדת עליהן ולישען עליהן.

(ר"ן דרוש ז

הרי שניתן רשות לחכמי הדורות להכריע במחלוקת החכמים הנראה להם, ואף אם יהיו הקדומים מהם גדולים מהם ורבים מהם. ונצטוינו לילך אחר הסכמתם, הן שיסכימו לאמת או להפכו.

וזהו ענין רבי אליעזר הגדול ומחלוקתו, כדאמרינן שם במציעא (נט ב) עמד ר' יהושע על רגליו ואמר לא בשמים היא (דברים ל יב) כבר ניתנה למשה על הר סיני וכתוב בה (שמות כג ב) אחרי רבים להטות. הנה ראו כולם שר' אליעזר מסכים אל האמת יותר מהם, וכי אותותיו כולם אמיתיים צודקים, והכריעו מן השמים כדבריו, ואף על פי כן עשו מעשה כהסכמתם. שאחר ששכלם נוטה לטמא, אף על פי שהיו יודעים שהיו מסכימים הפך מן האמת, לא רצו לטהר. והיו עוברים על דברי תורה אם היו מטהרים, כיון ששכלם נוטה לטמא. שההכרעה נמסרה לחכמי הדורות, ואשר יסכימו הם הוא אשר צוהו ה'.)

According to Rav Nachman, perhaps the עד אחד puts us in a gray area. Where the פסק of the בית דין creates a היתר. It’s not simply that we consider the testimony of an עד אחד as acceptable, but rather that בית דין in הלכות עגונות is able to פסקן leniently on the basis of the עד אחד. The היתר isn’t an automatic one, but rather the result of the decision and authority of the פוסקים/בית דין. As such, Rav Nachman thinks that it is indeed a הוראה even if the עד turns out to be wrong.

