[Based on shirum I heard from Rav Rosensweig Shlitah]

The Torah begins the discussion of moadim/yom tov with a "false start" of Shabbos, and then resets to delineate the Yamim Tovim.

ויקרא פרק כג, א-ה

(א) וידבר יקוק אל משה לאמר: (ב) דבר אל בני ישראל ואמרת אלהם מועדי יקוק אשר תקראו אתם מקראי קדש אלה הם מועדי: (ג) ששת ימים תעשה מלאכה וביום השביעי שבת שבתון מקרא קדש כל מלאכה לא תעשו שבת הוא ליקוק בכל מושבתיכם: פ (ד) אלה מועדי יקוק מקראי קדש אשר תקראו אתם במועדם: (ה) בחדש הראשון בארבעה עשר לחדש בין הערבים פסח ליקוק:....

What is the relationship between Shabbat and Yom Tov, and how might that reflect on the nature of each?

תלמוד בבלי מסכת מגילה דף ז עמוד ב

משנה. אין בין יום טוב לשבת אלא אוכל נפש בלבד.

But yet, there are other differences

תלמוד בבלי מסכת מכות דף כא עמוד ב

אמר רבא: יש חילוק מלאכות בשבת, ואין חילוק מלאכות ביום טוב.

תלמוד בבלי מסכת ביצה דף יב עמוד א

משנה. בית שמאי אומרים: אין מוציאין לא את הקטן, ולא את הלולב, ולא את ספר תורה לרשות הרבים. ובית הלל מתירין.

גמרא. תני תנא קמיה דרבי יצחק בר אבדימי: השוחט עולת נדבה ביום טוב לוקה. אמר ליה: דאמר לך מני - בית שמאי היא, דאמרי: לא אמרינן מתוך שהותרה הוצאה לצורך - הותרה נמי שלא לצורך. דאי בית הלל - הא אמרי: מתוך שהותרה הוצאה לצורך - הותרה נמי שלא לצורך. הכא נמי, מתוך שהותרה שחיטה לצורך - הותרה נמי שלא לצורך.

תוספות מסכת ביצה דף יב עמוד א

ודוקא בהוצאה שיש בה צורך יום טוב קצת אמרינן מתוך שהותרה לצורך יום טוב דכל אוכל נפש מותר הותרה נמי שלא לצורך אוכל נפש הואיל ואיכא צורך מקצת שיש צורך יום טוב אבל שלא לצורך יום טוב כלל ודאי דאסור מן התורה כגון אופה מיו"ט לחול ומוציא אבנים דליכא לא צורך נפש ולא שמחת יום טוב חייב מדאורייתא וכי פליגי ב"ש וב"ה בדברים שאינן לצורך אוכל נפש ואיכא בהן צורך יום טוב קצת

רש"י מסכת ביצה דף יב עמוד א

...ובית הלל אית להו כיון דהותרה לצורך הותרה מן התורה לגמרי, אלא רבנן גזור במידי דהוי טרחא דלא צריך, כגון אבנים, אבל בקטן וספר תורה, דצריכינן להו ביום טוב - לא גזור, ובית שמאי לית להו מיגו, ומידי דצורך אכילה שהתורה התירתו - הותר, ושאינו צורך אכילה - באסורו עומד מן התורה.

Where do we know that אוכל נפש is allowed on יום טוב?

ויקרא פרק כג, ז-ט

(ז) ביום הראשון מקרא קדש יהיה לכם כל מלאכת עבדה לא תעשו: (ח) והקרבתם אשה ליקוק שבעת ימים ביום השביעי מקרא קדש כל מלאכת עבדה לא תעשו: פ

רש"י ויקרא פרק כג

מלאכת עבדה - אפילו מלאכות החשובות לכם עבודה וצורך, שיש חסרון כיס בבטלה שלהן, כגון דבר האבד. כך הבנתי מתורת כהנים, דקתני יכול אף חולו של מועד יהא אסור במלאכת עבודה וכו':

Rashi says that we would have assumed a דבר האבד (which is allowed on חול המועד) is permitted on יום טוב as well. The לימוד from מלאכת עבודה tells us that even מלאכת עבודה "חשובה" is still prohibited. Why would we have thought to allow מלאכה חשובה?

רמב"ן ויקרא פרק כג

והנה אמר מועדי ה' אשר תקראו אותם מקראי קדש אלה הם מועדי במלאכת עבודה, אבל השבת תשמרו לעשות אותה שבת שבתון מכל מלאכה שבעול...(ז) כל מלאכת עבודה - אפילו המלאכות החשובות לכם עבודה וצורך, שיש חסרון כיס בבטלה שלהן כגון דבר האבד, כך הבנתי מת"כ (פרשה יב ח) דקתני יכול אף חולו של מועד יהא אסור במלאכת עבודה וכו', לשון רש"י. ואיננו נכון כלל, כי מה טעם שיאמר הכתוב לא תעשה מלאכת דבר האבד, ויבאו שאר המלאכות מק"ו, וא"כ ראוי שיאמר אף בשבת כן...אבל פירוש "מלאכת עבודה", כל מלאכה שאינה לצורך אוכל נפש...ומלאכה שהיא באוכל נפש היא מלאכת הנאה לא מלאכת עבודה.

[שו"ת שאגת אריה (ישנות) סימן קב – {השאגת אריה דן על השאילה האם מותר להתענות בראש השנה, האם יש חיוב שמחה או לא?} והשתא אס"ד דיום טוב של ר"ה אין בו משום מצוה של שמחת י"ט כשאר י"ט אם כן מאי קאמר הגמר' ר"י לטעמיה דאמר שמחת י"ט נמי מצוה הוא כלומר מש"ה מייתי ראיה מיניה למיפרך ק"ו דר"א מה בכך אף ע"ג דשמחת כל י"ט הוי מצוה מ"מ הואיל ושמחת ר"ה הוי רשות ואין בו אלא איסור תענית בעלמא כמו ר"ח ואפ"ה הותרה בו אוכל נפש שהוא משום מלאכה אלמא הותרה מלאכת י"ט מפני דבר הרשות וכיון שמצינו בא' מהן שהותרה בו משום מלאכה לדבר הרשות כגון ר"ה ה"ה דשוב א"ל יוכיח למיפרך ק"ו דר"א אפי' משאר י"ט וכדאמרן אליבא דר"א בסוכות. אע"כ לר"י דס"ל שמחת י"ט מצוה הוא ר"ה נמי בכלל א"כ לא מצינו בשום מקום שהתירה תורה מלאכת י"ט אלא במקום מצוה. וא"ת כבר כתבתי לעיל סי' ס"ח דאינו נוהג מצות שמחה בליל י"ט ראשון ואפ"ה אוכל נפש היתר בו אף על גב דה"ל שלא במקום מצוה ומ"ק ר"י י"ט יוכיח תירוץ לדבר זה תמצא לקמן בדיני ח' של חג בסי' בס"ד. וענ"ל לה"ר לזה שהרי היתר מלאכת אוכל נפש לא נאמרה אלא בי"ט של חג המצות וילפינן לכל י"ט מיניה ואפי' ר"ה ולהאי סברא דשמחת שאר י"ט מצוה ושל ר"ה רשות היאך ילפינן לר"ה מחג המצות שנא' בו היתר אוכל נפש בפ' בא דשאני חג המצות שהותר בו אוכל נפש שהוא משום מצוה נתיר בר"ה שהוא משום רשות. אלא וודאי שמחת י"ט של ר"ה נמי מצוה הוא כשאר י"ט לפיכך שפיר איכא למילף היתר אוכל נפש בר"ה מחג המצות דגלי ביה קרא היתר אוכל נפש בהדיא כיון דדמי ליה בהא דשמחתו נמי של מצוה הוא. אבל מ"מ ראיה זו יש לדחות דהא דשרי מלאכת אוכל נפש בי"ט לאו משום דגמרינן לכלהו מחג המצות דכתב רחמנא אך אשר יאכל לכל נפש כו' אלא משום דכתיב בכל חד וחד כל מלאכת עבודה לא תעשו ומלאכת עבודה לא מיקרי אלא מה שאינו לצורך אוכל נפש וכמש"כ הרמב"ן בפי' התורה בפ' אמור בשם ר"ח כל מלאכת עבודה מגיד שאינו מתיר אלא במלאכת א"נ כדכתיב בענין זה במ"א וביום הראשון מקרא קודש יהיה לכם כל מלאכה לא יעשה בהם ומפני שמזכיר שם כל מלאכה הוצרך לפרש אך אשר יאכל לכל נפש הוא כו' פי' מלאכת עבודה מלאכה המשתמרת לעבודת קנין כגון זריעה וקצירה וחפירה וכיוצא בהן אבל אוכל נפש אינו מלאכת עבודה ע"כ. והסכים הוא ז"ל לדברי ר"ח והרי גבי ר"ה נמי כל מלאכת עבודה לא תעשו כתיב למעוטי אוכל נפש דשרי ואם כן אזדא לה ראיה זו להאי פי'. מ"מ ראיה ראשונה ראיה גמורה היא וגם מהא דשרי אוכל נפש בי"ט של ר"ה ראיה היא למאי דפירש"י בפי' התורה דכל מלאכת עבודה לא תעשו דכתב רחמנא גבי כל י"ט למלאכת דבר האבוד אתי ולומר דאסור בי"ט ולא לאוכל נפש אתי. הרי זכינו לדין דל"מ דאסור להתענות בר"ה אלא דשמחתו מצוה היא כשאר י"ט.]

In contrast to the complexity of what it means for מלאכה to be אסור on יום טוב, Shabbat relationship to איסור מלאכה seems far clearer and more absolute:

תלמוד בבלי מסכת חולין דף ה עמוד א

מקבלין קרבנות מפושעי ישראל כדי שיחזרו בהן בתשובה, חוץ מן המומר ומנסך את היין ומחלל שבתות בפרהסיא;

רש"י מסכת חולין דף ה עמוד א

אלא לאו ה"ק - מקבלין קרבנות מפושעי ישראל במומר לדבר אחד חוץ מן המומר לנסך את היין ולחלל שבתות דהני חמירי אלמא מומר לעבודת כוכבים כמומר לכל התורה כולה דמי, האי תנא חמירא ליה שבת כעבודת כוכבים דהעובד עבודת כוכבים כופר בהקב"ה והמחלל שבת כופר במעשיו ומעיד שקר שלא שבת הקדוש ברוך הוא במעשה בראשית.

רמב"ם הלכות שבת פרק א

הלכה א

שביתה בשביעי ממלאכה מצות עשה שנאמר +שמות כ"ג+ וביום השביעי תשבות, וכל העושה בו מלאכה **ביטל** מצות עשה ועבר על לא תעשה שנאמר +שמות כ'+ לא תעשה כל מלאכה, ומה הוא חייב על עשיית מלאכה, אם עשה ברצונו בזדון חייב כרת, ואם היו שם עדים והתראה נסקל, ואם עשה בשגגה חייב קרבן חטאת קבועה.

The reason for איסור מלאכה on שבת is a direct result of the essence of שבת: testimony to G-d's creation of the world. Doing מלאכה on שבת directly undermines that.

Why is there an איסור מלאכה on יום טוב?

חידושי הריטב"א מסכת מועד קטן יג עמוד ב

כי טעם איסור מלאכות במועד {חול המועד} הוא משום טרחא ושלא למעט בשמחת הרגל ולפיכך התירו חכמים כל שהוא צורך המועד וכל שהוא דבר האבד כדי שלא יהא דואג על אבדתו ונמנע משמחת יום טוב, וכן התירו שכר פעולה שאין לו מה יאכל,

רמב"ם הלכות יום טוב פרק א

הלכה א

ששת ימים האלו שאסרן הכתוב בעשיית מלאכה שהן ראשון ושביעי של פסח וראשון ושמיני של חג הסוכות וביום חג השבועות ובאחד לחדש השביעי הן הנקראין ימים טובים, ושביתת כולן שוה שהן אסורין בכל מלאכת עבודה חוץ ממלאכה שהיא לצורך אכילה שנאמר +שמות י"ב+ אך אשר יאכל לכל נפש וגו'.

הלכה ב

כל השובת ממלאכת עבודה באחד מהן הרי **קיים** מצות עשה שהרי נאמר בהן +ויקרא כ"ג+ שבתון כלומר שבות, וכל העושה באחד מהן מלאכה שאינה לצורך אכילה כגון שבנה או הרס או ארג וכיוצא באלו הרי בטל מצות עשה ועבר על לא תעשה, שנאמר +ויקרא כ"ג+ כל מלאכת עבודה לא תעשו, +שמות כ"ג+ כל מלאכה לא יעשה בהם, ואם עשה בעדים והתראה לוקה מן התורה.

[הלכה ג

העושה אבות מלאכות הרבה ביום טוב בהתראה אחת כגון שזרע ובנה וסתר וארג בהתראה אחת אינו לוקה אלא אחת, חילוק מלאכות לשבת ואין חילוק מלאכות ליום טוב.

הלכה ד

כל מלאכה שחייבין עליה בשבת אם עשה אותה ביום טוב שלא לצורך אכילה לוקה חוץ מן ההוצאה מרשות לרשות וההבערה שמתוך שהותרה הוצאה ביום טוב לצורך אכילה הותרה שלא לצורך אכילה, לפיכך מותר ביום טוב להוציא קטן או ספר תורה או מפתח וכיוצא באלו מרשות לרשות. וכן מותר להבעיר אף על פי שאינו לצורך אכילה, ושאר מלאכות כל שיש בו צורך אכילה מותר כגון שחיטה ואפייה ולישה וכיוצא בהן, וכל שאין בהן צורך אכילה אסור כגון כתיבה ואריגה ובנין וכיוצא בהן. +/השגת הראב"ד/ וכן מותר להבעיר אפי' שאינו צורך אכילה. א"א זהו להחם חמין לרגליו, ולהדליק נר של אבטלה כגון המדליק נר לכבוד בירושלמי (ביצה פ"ה סה"ב) אמרו לא תאסור ולא תשרי.+

הלכה ה

כל מלאכה שאפשר לה ליעשות מערב יום טוב ולא יהיה בה הפסד ולא חסרון אם נעשית מבערב אסרו חכמים לעשות אותה ביום טוב אף על פי שהיא לצורך אכילה, ולמה אסרו דבר זה גזירה שמא יניח אדם מלאכות שאפשר לעשותן מערב יום טוב ליום טוב ונמצא יום טוב כולו הולך בעשיית אותן מלאכות וימנע משמחת יום טוב ולא יהיה לו פנאי לאכול ולשתות. +/השגת הראב"ד/ וימנע משמחת יום טוב ולא יהיה לו פנאי לאכול ולשתות. א"א אין לזה טעם אלא מפני שהוא מכוין מלאכתו ביום טוב ומרבה הטורח ליום קדש.+

הלכה ו

ומזה הטעם עצמו לא אסרו ההוצאה ביום טוב ואף על פי שכל הוצאה היא מלאכה שאפשר לעשותה מערב יום טוב ולמה לא אסרוה כדי להרבות בשמחת יום טוב ויוליך ויביא כל מה שירצה וישלים חפציו ולא יהיה כמי שידיו אסורות, אבל שאר מלאכות שאפשר לעשותן מערב יום טוב הואיל ויש בהן עסק אין עושין אותן ביום טוב. +/השגת הראב"ד/ ולמה לא אסרוה כדי להרבות בשמחת יום טוב. א"א לא אמרו זה אלא כנגד משלוח מנות ומשלוח כלים איש לרעהו שהן מותרין ביום טוב וכל אלה אינן צריכין לזה הטעם אלא מפני שהוא כבוד היום יותר מאמש.+ ]

